40. Разностные производные 3 и 4 порядков. Погрешность

Чтобы приблизить производную к произвольному порядку точности, можно использовать конечную разность. Конечная разница может быть центральной, прямой или обратной (левой или правой).

Для составления разностной производной в точке можно пользоваться следующий стратегией. Для начала, необходимо определить какую производную мы будем заменять на разностный аналог и какие точки будут ее аппроксимировать, шаг между точками примем равным . Для примера рассмотрим составление такой формулы для производной 4 порядка с точками (для производной -ого порядка потребуется как минимум точек, можно и больше – улучшим погрешность).

Разностная производная будет иметь следующий вид:

Далее воспользуемся разложением в ряд Тейлора относительно точки :

Теперь нужно подобрать коэффициенты , , , , так, чтобы суммы при всех , , , обнулились, а сумма при дала 1. Это приводит к следующей системе:

Решая её, мы получаем необходимые коэффициенты:

Таким образом могут быть получены и другие разностные производные 3 и 4 порядков c различной погрешностью, к примеру центральная разностная производная 3 порядка с погрешностью 2 порядка: